

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный гуманитарный университет»
ФГАОУ ВО «РГГУ»

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

ТЕОРИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Прикладная математика (бакалавриат) 01.03.04

Математические основы искусственного интеллекта

Уровень квалификации выпускника (бакалавр)

Форма обучения (очная)

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2026

ТЕОРИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

Рабочая программа дисциплины

Составитель(и):

кандидат физ.-мат. наук, доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики
Синицын В.Ю.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры
фундаментальной и прикладной математики
№ 5 от 19.12.2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка	4
1.1. Цель и задачи дисциплины.....	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций.....	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
2. Структура дисциплины	5
3. Содержание дисциплины.....	5
4. Образовательные технологии.....	6
5. Оценка планируемых результатов обучения.....	6
5.1 Система оценивания.....	6
5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине.....	7
5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	8
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	16
6.1 Список источников и литературы.....	16
6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	17
6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы.....	17
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	17
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	17
9. Методические материалы	18
9.1 Планы практических занятий.....	18
9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ.....	22
Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины.....	23

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: сформировать у будущих специалистов по прикладной математике базовые представления о теории оптимальных процессов под углом зрения её практических приложений в различных областях научных исследований и инженерной практики. Курс должен указать связующие звенья между строгими математическими исследованиями, с одной стороны, и практическими задачами - с другой, что поможет студентам овладеть прикладными методами изучаемой теории. Целью курса служит также обучение слушателей элементам математического моделирования с использованием современных понятий и методов теории управления объектами при переходе их из одного состояния в другое, а также приобретение студентами начальных навыков моделирования и анализа данных с применением математических пакетов программ.

Задачи: указать связующие звенья между строгими математическими исследованиями, с одной стороны, и практическими задачами - с другой, что поможет студентам овладеть прикладными методами изучаемой теории; видеть динамические картины откликов системы управлений, распознавать классификационные признаки управляемых систем.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1. Знает и определяет области реализации фундаментальных понятий и владеет опытом адаптации текущих задач к формальным теориям	<i>Знать:</i> определения и основные классы управляемых систем, основные модели управления. <i>Уметь:</i> соотносить систему с одним из известных классов, анализировать возможность применения методов управления. <i>Владеть:</i> навыками идентификации и моделирования систем
	ОПК-1.3. Владеет методами формализации естественнонаучных задач.	<i>Знать:</i> методы формализации задачи управления <i>Уметь:</i> выделять основные параметры систем, контролируемые и неконтролируемые, строить модель управляющих воздействий <i>Владеть:</i> методами моделирования управления
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество	ОПК-2.1. Определяет и анализирует существенные элементы информационных систем.	<i>Знать:</i> основные положения теории управления; основные понятия и теоремы теории оптимальных процессов, принцип максимума Л.С. Понтрягина; <i>Уметь:</i> производить расчеты оптимальных управлений, определять основные

функционирования систем		характеристики процессов управления; <i>Владеть:</i> навыки использования математических пакетов прикладных программ для моделирования оптимальных процессов и анализа экспериментальных данных.
	ОПК-2.2. Осуществляет поиск и применяет программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов.	<i>Знать:</i> основные положения теории управления; основные понятия и теоремы теории оптимальных процессов, принцип максимума Л.С. Понтрягина; <i>Уметь:</i> производить расчеты оптимальных управлений, определять основные характеристики процессов управления; <i>Владеть:</i> навыки использования математических пакетов прикладных программ для моделирования оптимальных процессов и анализа экспериментальных данных.
	ОПК-2.3. Планомерно следует определенной логике, ведущей к решению текущей задачи.	<i>Знать:</i> принципы построения математических моделей систем <i>Уметь:</i> производить формализацию систем и процессов <i>Владеть:</i> навыками построения математических моделей
ПК-1. Способен проводить систематизацию, алгоритмизацию конкретных информационных потоков по месту научных исследований, производственной деятельности.	ПК-1.1. Переформулирует задачи, данные на естественных языках конкретного научного знания на необходимый язык математики; формулирует теоремы;	<i>Знать:</i> основы математического моделирования <i>Уметь:</i> строить модели систем и процессов <i>Владеть:</i> навыками построения моделей систем и процессов.
	ПК-1.2. Выделяет динамические, статистические структуры для представления их математическими моделями;	<i>Знать:</i> методы моделирования различных типов данных <i>Уметь:</i> производить формализацию данных <i>Владеть:</i> навыками формализации данных и их представления
	ПК-1.3. В достаточной степени владеет культурой доказательств математических положений	<i>Знать:</i> базовые методы доказательства <i>Уметь:</i> производить доказательство математических положений <i>Владеть:</i> навыками

		доказательства математических положений
ПК-2. Способен выделять, формулировать возникающие в результате самостоятельной научной деятельности или деятельности научных, производственных, административных учреждений задачи или подзадачи для решения текущих проблем	ПК-2.2. Рассматривает социотехнические системы как совокупность информационных систем;	<i>Знать:</i> определения понятия система, классификацию систем <i>Уметь:</i> классифицировать описываемые системы <i>Владеть:</i> навыками описания систем, их классификации
	ПК-2.3. В совершенстве владеет методами передачи информации и применения пакетов прикладных программ.	<i>Знать:</i> основные пакеты моделирования, в том числе, поддержки принятия решений. <i>Уметь:</i> пользоваться пакетами моделирования и ППР. <i>Владеть:</i> навыками использования прикладного программного обеспечения с целью обоснования решений и моделирования систем.
ПК-3. Способен осуществлять поиск, изучение и разработку новых теоретических или практических проблем, сведений, относящихся к решению текущих научных исследований, производственных задач; в информационных средах находить, создавать основные элементы будущих математических структур или конструктивных математических моделей	ПК-3.3. Выделяет информационные потоки, определяет точки бифуркаций	<i>Знать:</i> методы моделирования и оценки информационных потоков <i>Уметь:</i> строить информационные модели, оценивать эффективность организации информационных потоков <i>Владеть:</i> навыками построения информационных моделей систем
	ПК-3.4. Строит математические модели различных типов, исследует их	<i>Знать:</i> методы математического моделирования систем и процессов <i>Уметь:</i> строить математические модели систем и процессов <i>Владеть:</i> навыками математического моделирования

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория управляемых систем» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Введение в математический анализ», «Линейная алгебра».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Математическое моделирование»,

«Имитационное моделирование случайных процессов», «Методы принятия решений», Учебная практика (Проектно-технологическая практика), Учебная практика (Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской деятельности)), Производственная практика (Проектно-технологическая практика), Производственная практика (Научно-исследовательская работа).

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 академических часов.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
5	Лекции	18
5	Практические занятия	24
Всего:		42

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 66 академических часов.

3. Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия теории оптимального управления процессами.

Постановка задачи оптимизации управления процессами. Примеры. Пример вариационной задачи «Задача Г. Галилея». Понятие о функционале. Классические задачи вариационного исчисления. Примеры: задача о геодезических линиях, задача о брахистохроне, изопериметрическая задача.

Вариация функции и приращение функционала. Непрерывность функционала. Сильная и слабая близость кривых. Линейный функционал. Вариация функционала: первая и вторая вариации, их свойства.

Тема 2. Необходимые и достаточные условия экстремума функционала

Простейшая задача классического вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума функционала. Уравнения экстремалей (Уравнение Эйлера). Частные случаи (Уравнение Эйлера-Пуассона). Канонические уравнения. Игольчатые вариации. Условие Вейерштрасса. Задача Лагранжа и основная задача оптимального управления.

Достаточные условия экстремума функционалов. Условный экстремум.

Тема 3. Вариационные методы

Вариационные задачи с подвижными концами. Прямые методы в вариационном исчислении. Численные методы решения вариационной задачи; вариационно-разностные методы для двумерного случая: метод Ритца, метод Галеркина.

Линейная задача оптимального управления. Постановка задачи; принцип максимума – необходимое и достаточное условие оптимальности.

Тема 4. Задачи управления

Общая постановка задачи управления. Структурная схема задачи управления. Задача о максимальном быстродействии. Задача об ограничении энергетических ресурсов. Метод

динамического программирования. Общие идеи, приводящие к принципу максимума. Вариационное исчисление и задачи управления. Примеры.

Тема 5. Принцип максимума для непрерывных процессов Л.С. Понтрягина.

Принцип максимума для непрерывных процессов Л.С. Понтрягина. Основная теорема. Линейная задача оптимального быстродействия. Доказательство принципа максимума. Примеры. Доказательство принципа максимума со свободными концами.

Достаточные условия абсолютного экстремума в простейшей задаче. Достаточные условия сильного и слабого экстремума.

4. Образовательные технологии

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как вводная лекция с использованием видеоматериалов, лекция-беседа.

Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- Опрос,	5 баллов	10 баллов
- Контрольная работа	11 баллов	11 баллов
- РГР, защита РГР	25 баллов	25 баллов
- доклад, реферат	7 баллов	14 баллов
Промежуточная аттестация – зачет с оценкой (ответы на вопросы)		40 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала	Шкала ECTS
--------------------	--------------------	------------

95 – 100	Отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	Хорошо		C
56 – 67			D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	хорошо	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетворительно	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	неудовлетворительно	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерные вопросы для опроса см. п.9.1 РПД, контрольные вопросы

Примерная тематика докладов и рефератов:

1. Приближенное решение экстремальной задачи с ограничениями.
2. Метод фиктивных областей решения экстремальной задачи.
3. Решение задачи на управление объекта с переменной областью управления.
4. Метод локальных сечений в задачах оптимального управления.
5. Сингулярные задачи управления.
6. Дискретные задачи оптимального управления в экономических системах.
7. Задача оптимизации капитальных вложений между отраслями. Методы её решения.
8. Примеры решения задач динамического программирования методом Белмана.
9. Задача оптимального развития экономики.
10. Геометрические интерпретации задачи управления с фиксированным концом.
11. Геометрические вариации на тему задач управления различными граничными условиями.
12. Решение вариационных задач в Mathematica
13. Решение задач оптимального управления в Mathematica.
14. Решение задач оптимального управления в Maple
15. Решение задач вариационных задач в Maple.
16. Решение задач оптимального управления в MatLab.
17. Решение задач вариационных задач в MatLab.
18. Решение задач вариационных задач в MS Excel.
19. Решение задач оптимального управления в MS Excel.

Примерные задания для контрольной работы

Вариант1.

1. Что общего в определении выпуклого множества и выпуклой функции?
 - а) Ничего, это абсолютно разные математические понятия.
 - б) Это две стороны одного и того же понятия.
 - в) Общее – это линейная форма с её геометрическим образом – отрезком.
2. Линейная функция является и выпуклой и вогнутой одновременно. А вот в строгом ли это смысле?
 - а) Да, в строгом, в обоих случаях.
 - б) Одновременно и в строгом и не в строгом смысле.
 - в) Одновременно не в строгом.
3. Справедливо ли утверждение: выпуклость и вогнутость определяются только относительно выпуклых множеств $M \cap E_n$?
 - а) Оно ложно
 - б) Утверждение лишено смысла.
 - в) Да, истинно.
4. Можно ли определить выпуклое множество в терминах дифференциального исчисления?
 - а) Нельзя.
 - б) Да, можно, если ввести производную по множеству.
 - в) Можно, и это уже сделано.
5. Возможно ли ввести определение выпуклости функции на основе матриц и их детерминантов?
 - а) Нельзя.
 - б) Да, возможно.

в) Вопрос лишен смысла.

6. Эквивалентны ли следующие условия выпуклости функции $f(x)$ на E_n :

1) " $x_1, x_2 \in E_n, f(\lambda x_1 + m x_2) \leq \lambda f(x_1) + m f(x_2); f(\lambda x_1 + m x_2) \leq \lambda f(x_1) + m f(x_2);$ "

2) " $x_1, x_2 \in E_n, (x_2 - x_1)f'(x_1) \leq f(x_2) - f(x_1) (x_2 - x_1)f'(x_1) \leq f(x_2) - f(x_1);$ "

а) Да, абсолютно.

б) Да, при дополнительных условиях.

в) Нет.

7. Эквивалентно ли условие выпуклости функции $f(x)|_{x=\lambda} = (\tilde{N} f(x+\lambda s), s)$, которая монотонно возрастает по $\lambda \in E_n$ при любых фиксированных x и s , условиям 1) и 2) из вопроса 6 (здесь \tilde{N} - оператор производной по направлению λ)?

а) Да, эквивалентно.

б) Нет.

в) Да, при определенных условиях.

8. Допустимо ли определение выпуклости дважды дифференцируемой функции $f(x)$ через

функцию $j(l) = f(l s + m x)$, где $\frac{\partial^2 j}{\partial l^2} \geq 0, l + m = 1$, определенной из вопросов 6) и 7) ?

а) Нет, безоговорочно.

б) Да, эквивалентно.

в) Необходимы дополнительные данные о свойствах функции $f(x)$ и $\varphi(\lambda)$.

9. Можно ли утверждать, что для выпуклой функции $f(x) \in C^2, x \in E_n$ со своей матрицей Гессе $H(x) = \partial^2 f(x) \partial x^2$ должно быть выполнено условие $Dx^t H(x) Dx \geq 0$?

а) Да, всегда.

б) Нет, категорически.

в) Гессиан здесь не при чем.

10. Является ли выпуклым пустое множество?

а) Нет.

б) Да, по определению.

в) Вопрос не корректен.

11. Является ли выпуклым множество, состоящее из одной точки?

а) Да, по определению.

б) Нет, абсолютно.

в) Вопрос лишен смысла.

12. Является ли выпуклым множество точек, составляющее отрезок, выпуклым?

а) Нет.

б) Да, если исключить концевые отрезки.

в) Да, оно и выпуклое и вогнутое одновременно.

13. Является ли выпуклым множество точек пересечения двух выпуклых множеств?

а) Да.

б) Нет.

в) Оно становится выпуклым и вогнутым одновременно.

14. Как проверить выпуклость функцию $f(x)$ на множестве $M = E_4$,

$$f(x) = x_1^6 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 10x_1 - 10?$$

а) Только через Гессиан.

б) Можно и дифференциальным способом (через матрицу Гессе) и недифференциальным.

в) Недифференциальным никак нельзя.

15. Как идентифицировать (привести к каноническому виду) квадратичную форму $f(x) = x_1 x_2$?

а) Никак, поскольку за ней не стоит никакая форма.

б) Линейным преобразованием $y_1 = x_1 + x_2, y_2 = x_1 - x_2$.

в) Ортогональным преобразованием $y = x^t H x$.

16. Справедливо ли утверждение: об условиях 1-го и 2-го порядков можно говорить при отсутствии ограничений на переменные, по которым осуществляется оптимизация дифференциальным методом?

- а) Да, только так.
 б) Нет.
 в) Постановка вопроса не принята в теории нелинейной оптимизации.

17. Можно ли считать необходимыми условиями $\min f(x)$ при отсутствии ограничений следующие условия:

$$\tilde{\nabla} f(x^*) = 0 \text{ (условие 1-го порядка),}$$

$D_x^2 H(x^*) D_x^2 > 0$ (условие 2-го порядка), где $\tilde{\nabla} f(x)$ - градиент функции $f(x^*)$, $H(x^*)$ - матрица Гессе для $x = x^*$?

- а) Да, это и есть необходимые условия.
 б) Они и необходимы и достаточные одновременно.
 в) Они достаточные.

18. Являются ли достаточными условиями $\min f(x)$ при отсутствии ограничений следующие условия (обозначения – см. вопрос 17)?

$$\tilde{\nabla} f(x^*) = 0$$

$$D_x^2 H(x^*) D_x^2 > 0$$

- а) Да.
 б) Нет.
 в) Нет, так как градиент равен 0.

19. Можно ли считать метод множителей Лагранжа основным методом решения экстремальных задач?

а) Да, если дополнительно принять условия: имеется в виду локальный экстремум и функции ограничений $g(x)$ удовлетворяют условию Якоби (т. е. в точке x^* - стационарной точке ранг матрицы Якоби совпадает с числом строк матрицы частных производных от функций ограничений)

$$rg(\partial g(x^*) / \partial x) = \begin{matrix} \text{K} \\ \text{M} \\ \text{L} \end{matrix} \begin{matrix} \frac{dg_1}{dx_1} \\ \vdots \\ \frac{dg_m}{dx_1} \end{matrix} \begin{matrix} \text{O} \\ \text{M} \\ \text{O} \end{matrix} \begin{matrix} \frac{\partial}{\partial x_n} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_n} \end{matrix} = m$$

- б) Да, условно универсальным, так как не учитываются ограничения в задаче.
 в) Нет, это один из множества методов.

20. Каков генезис множителей Лагранжа?

- а) Они возникают при управлении дифференциалом «зависимых» переменных (его надо обратить в нуль, что возможно за счет обнуления этих множителей). При этом остаются только дифференциалы «независимых» переменных.
 б) Это введено аксиоматически.
 в) Они появились в процессе поиска множества «претендентов» на решение задачи условной оптимизации.

21. Известно ли вам применение главных миноров окаймляющей матрицы Якоби для функций в решении задачи о положительной/отрицательной определенности этой матрицы?

- а) Не известно, так как упомянутые здесь понятия линейной алгебры не имеют никакого отношения к оптимизации.
 б) Да, известно и это эффективный аппарат.
 в) Нет, в этом нет необходимости, так как можно использовать другие методы, например, метод на основе вторых дифференциалов.

22. Можно применить метод множителей Лагранжа для решения каких-либо других задач?

- а) Нет, этот метод в классической задаче оптимизации пригоден только для поиска оптимального решения.
 б) Да, он позволяет измерить т. н. чувствительность оптимального значения целевой функции к изменению констант ограничений.
 в) Да, он позволяет так же решать многокритериальные оптимизационные задачи.

23. В чем состоит главное отличие метода Куна-Таккера от метода множителей Лагранжа?

- а) В том, что он всегда дает необходимые и достаточные условия существования экстремума.

- б) Он позволяет учесть ограничения типа неравенств.
- в) Этот метод учитывает нелинейность целевой функции и условия регулярности (условия Слейтера).

24. В чем отличие математической постановки задачи целочисленного линейного программирования от обычной задачи линейного программирования?

- а) Только тем, что на искомые переменные дополнительно накладываются ограничения целочисленности.
- б) Тем что исключается т. н. принцип бивалентности в случае целочисленного программирования.
- в) В принципе, ничем.

25. Допустимо ли округление дробных значений переменных до целых значений в случае решения целочисленных задач методом классического (непрерывного) программирования?

- а) Нет, так как это приводит к грубым погрешностям получаемых результатов.
- б) Да, допустимо, если при округлении отбрасывают сравнительно малые значения.
- в) Оценить невозможно.

26. Верно ли утверждение: сущность метода Гомори, как метода целочисленного программирования, состоит в последовательном приближении к оптимальному плану решения задачи, которая предварительно преобразуется к каноническому виду, то есть вместо ограничений типа линейных неравенств выписываются ограничения типа равенств.

- а) Да, все верно.
- б) Да, верно, но «линейность» здесь не при чем.
- в) Да, верно, однако, к каноническому виду не надо, так как это может привести к изменению типа задачи.

27. Можно ли метод Гомори по мере приближения к оптимальному целочисленному плану (на каждом шаге приближения) для некоторых переменных, не являющихся целочисленными, вводить дополнительные ограничения?

- а) Да, и это принципиально важно.
- б) Можно, но вовсе не обязательно.
- в) Дополнительные ограничения на каждом шаге приближения должны быть введены на все переменные задачи.

28. Верно ли утверждение: в методе Гомори в отличие от обычной задачи линейного программирования для целочисленной задачи имеет место только конечное множество опорных и оптимальных планов, если решение существует?

- а) Да, верно при условии, если симплексный метод, который применяется для решения задачи линейного программирования без учета целочисленности, защищен от заикливания.
- б) Да, это так даже в случае задач большой размерности.
- в) Нет, «заикливание» здесь не уместно.

29. Возможно комплексирование метода Гомори и метода ветвей и границ?

- а) Да, но только при проверке полученного целочисленного решения.
- б) Нет, это не реально, эти методы принципиально разные.
- в) Да, возможно, но только на этапе промежуточных шагов приближения к оптимуму.

30. Справедливо ли относится к причинам, по которым метод ветвей и границ получил широкой распространение, его хорошую приспособленность к решению задач с применением ЭВМ?

- а) Да, это так.
- б) Он, приспособлен не более чем другие методы этого класса.
- в) О приспособленности здесь говорить не уместно.

31. Верно ли утверждение: в основе метода ветвей и границ лежит направленный перебор всех планов по дереву решений?

- а) Да, верно, особенно для задач большой размерности.
- б) Нет, так как всё решает во всех случаях прямой перебор.
- в) Нет, поскольку метод основан на блужданиях типа (0;1) по дереву решений.

32. Какие из трех правил вычеркивания ветвей существенно значимы?

Правило 1. Если присвоение переменной x_{i+1} значения 1 приводит к нарушению хотя бы одного из линейных ограничений задачи, то ветвь вычеркивается.

Правило 2. Если движение по данной ветви ведёт к меньшему значению целевой функции (задача на максимум).

Правило 3. Если в предыдущих блужданиях по дереву решений данная ветвь уже использовалась (пройдена) в двух направлениях.?

- а) Все три правила важны и обязательны.
- б) Важны только первое и третье правила.
- в) «Два направления» не при чем.

33. В чем сущность задач геометрического программирования?

- а) В жесткой привязке методов их решения к геометрии.
- б) В опоре на целевые функции в виде позиномов

$$f_n(x_1, \dots, x_n) = \underset{k=1}{\overset{l}{a}} c_k \underset{i=1}{\overset{n}{b}} x_i^{a_{k,i}}$$

в) В использовании свойства сепарабельности (разделимости) аддитивной функции цели, каждая отдельная составляющая которой зависит только от одной искомой переменной (аналогичный вид имеют и ограничения).

34. В чем сущность множества В. Парето?

- а) Это множество точек, соответствующих эффективным решениям и удовлетворяющих условиям ограничения, а так же функциям цели.
- б) Продвижение по точкам этого множества приводит к балансу значений компонент критерия.
- в) Точки этого множества соответствуют экстремальным значениям всех компонент критерия.

35. Известен критерий выпуклости $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$: эта функция выпукла, если матрица Гессе (или гессиан) – матрица вторых частных производных:

$$G(n' a) = \begin{pmatrix} a_1 & f_{x_1 x_2} \dots & f_{x_1 x_n} & \ddots \\ f_{x_1 x_2} & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ f_{x_n x_1} & f_{x_n x_2} \dots & f_{x_n x_n} & \ddots \end{pmatrix}$$

является положительно полуопределенной. А как установить

положительность полуопределенности $G(n' a)$?

- а) Применить критерий Д. Д. Сильвестра (все определители главных миноров этой матрицы должны быть больше 0 или равны нулю).
- б) Через факт чередования знаков неравенств определителей Сильвестра: $\Delta_1 \leq 0$, $\Delta_2 \geq 0$, .. (для нечетных индексов $\Delta_i \leq 0$, а для четных $\Delta_i \geq 0$)
- в) Через характеристическое уравнение (корни этого уравнения должны лежать в правой полуплоскости).

36. Какова роль в теории и в практике выпуклого программирования теоремы: локальный максимум (минимум) задачи выпуклого программирования является глобальным максимумом (минимумом)?

- а) Это основа многих методов решения задач выпуклого программирования.
- б) Она имеет следствие: точка полученного оптимума находится только внутри допустимой области.
- в) Она, в принципе, не позволяет решать задачи, указанные в первых двух пунктах.

37. В чем состоит сущность метода решения задачи нелинейного программирования на основе штрафных функций?

- а) В поиске экстремума обобщенной функции, которая учитывает математическую постановку задачи и конкретный вид функции штрафа и барьера. При этом имеет место переход от задачи поиска условного экстремума исходной постановки задачи к безусловному экстремуму обобщенной функции.
- б) В переходе к процессу последовательных приближений, который обеспечивает (по мере приближения к оптимальной точке) ослабление действия барьерной функции.
- в) В гарантированном обеспечении сходимости рабочей последовательности

38. Какими свойствами должна обладать барьерная функция?

- а) Она должна быть дифференцируема по всем своим переменным и параметрам.
- б) Она должна способствовать удерживанию начальной точки поиска оптимального решения либо внутри допустимой области, то есть – некоторым отталкиванием этой точки от границы допустимой области.

в) Она должна притягивать начальную точку поиска оптимума к границе допустимой области, если она была вне области.

39. Какая из трех групп методов нелинейного программирования составляет группу методов общего вида?

а) Метод штрафных функций, метод случайных испытаний, метод решения многокритериальных задач.

б) Методы решения задач квадратичного, геометрического и сепарабельного программирования.

в) Методы выпуклого программирования: возможных направлений поиска, линейной аппроксимации границ допустимой области.

40. На плоскости E_2 в качестве выпуклого множества точек выбран круг радиуса R . Верно ли утверждение: дополнение множества круг не выпукло, если рассматривать круг и полупространство?

а) Да, именно так.

б) В этих условиях полупространство вогнуто.

в) Вопрос не корректен.

41. Можно ли утверждать, что выпуклость и вогнутость определяется только относительно выпуклых множеств $M \cap E_n$?

а) Да, именно так, поскольку определение предполагает, что вместе с любым x_1 и x_2 множеству принадлежат точки $\lambda x_1 + \mu x_2$, $\lambda + \mu = 1$, что возможно лишь в тех случаях, когда множество M выпукло.

б) Нет это не так, поскольку вогнутость здесь вообще не определена.

в) Да, верно, но только если в ответе а) вместо $\lambda x_1 + \mu x_2$, $\lambda + \mu = 1$ предполагается $\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2$, $0 \leq \lambda \leq 1$

42. Числа Фибоначчи определены так: $f_0 = f_1 = 1$, $f_k = f_{k-1} + f_{k-2}$, $k = 2, 3, \dots$

Метод Фибоначчи используется в качестве метода одномерного поиска оптимума, когда число экспериментов – число N заранее известно.

Интервал, в котором находится оптимум x^* – это т. н. интервал $l(N)$ неопределенности максимальной длины $l(N)$, который рассматривается в качестве априорной меры эффективности поиска

43. Верна ли формула для вычисления интервала неопределенности $l(2)$ в методе Фибоначчи: $l(2) = (f_n)^{-1} [l(1) + \epsilon * f_{n-2}]$, где $l(1)$ – начальный интервал неопределенности, а ϵ – погрешность вычисления целевой функции?

а) Нет, поскольку погрешность ϵ здесь не определена.

б) Да, именно так.

в) Вопрос лишен смысла, так как не определена целевая функция.

44. В условиях вопроса № 42 и определения метода Золотого сечения:

$l(i-1)/l(i) = l(i)/l(i+1) = t$, где $t = 0,5(1 + \sqrt{5})$; 1,618, можно для сравнения методов Фибоначчи и

Золотого сечения использовать формулу Люкаса $f_i = (\sqrt{5})^{-1} [(t)^{i+1} - (-t)^{-(i+1)}]$, где $l(i)$ – длины последовательных интервалов неопределенности поиска?

а) Да, можно.

б) Нет, поскольку в формуле не учтена требуемая погрешность поиска.

в) Нет, так как метод золотого сечения не пригоден, когда число экспериментов заранее не задано.

Вариант 2.

1. При данных ограничениях, найти точку x^* минимизирующую функцию

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 10 \\ x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 = 8 \\ x_3 - 3x_4 + 2x_5 = -1 \\ x_4 - x_5 = -3 \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 \rightarrow \min$$

2. Найти угловую точку многогранного множества:
- $$\begin{cases} x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 1 \\ x_i \geq 0 \\ i = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

3. Если точка x^* является решение задачи выпуклого программирования, то найти седловую

$$\begin{aligned} f(x) &= x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 - 8x_2 \text{ @ min;} \\ \text{точку Лагранжа: } j_1(x) &= 2x_1 + 3x_2 - 6 \leq 0, \text{ точка } x^* = \left(\frac{3}{17}, \frac{18}{17} \right) \\ j_2(x) &= x_1 + 4x_2 - 5 \leq 0; \quad x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

4. Методом штрафных функций найти решение следующей задачи:

$$\begin{aligned} f(x) &= x_1^2 + 2x_2^2 - x_2 \text{ @ min;} \\ j_1(x) &= x_1 - 2x_2 - 1 \leq 0 \\ j_2(x) &= -2x_1 + x_2 \leq 0 \\ j_3(x) &= -x_1 - x_2 - 1 \leq 0; \quad x^* = \left(\frac{7}{12}, \frac{3}{4} \right) \end{aligned}$$

Примерный вариант РГР

1. Может ли быть выпуклым пересечение невыпуклых множеств? Ответ обосновать.

2. Определить λ , при котором заданные в R^2 значение множества $\begin{cases} |x_1 - x_2| = 0 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$ являются выпуклыми.

3. Найти выпуклые оболочки множеств $\begin{cases} e^{x_1} - x_2 \leq 0 \\ x_2 - |x_1|^3 \leq 0 \end{cases}$, лежащих в R^2 .

4. Исходя из геометрической интерпретации задачи линейного программирования, убедиться в её разрешимости (найти решение) или неразрешимости:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 - x_3 = 2, \\ x_2 - x_3 = 1, \\ x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 \text{ @ max} \end{cases} & \quad ; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 6 \\ x_2 - x_3 + x_4 - x_5 + x_6 = 5 \\ x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 4 \\ x_4 - x_5 + x_6 = 3 \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 \text{ @ min} \end{cases} \end{aligned}$$

5. Решить задачу линейного программирования, используя опорный план:

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 \text{ @ max} \\ -1 \leq x_1 + x_2 \leq 1 \\ -1 \leq -x_1 + x_2 \leq 1. \end{aligned}$$

6. Симплекс методом решить задачу линейного программирования:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_3 = 2, \\ x_2 - x_3 = -1, \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{б) } \quad \cdot$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \text{ ® max}$$



Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)
Примерные контрольные вопросы по курсу:

1. Задача Дидоны: формулировка, методы решения, история решения задачи.
2. Вариационный принцип Ферма и принцип Гюйгенса. Возможные физические интерпретации.
3. Задача о брахистохроне: формулировка, методы решения, история задачи.
4. Простейшая задача о быстродействии.
5. Основные классы экстремальных задач.
6. Уравнения Эйлера, Эйлера-Пуассона.
7. Необходимые условия в задаче Больца.
8. Условия трансверсальности.
9. Динамическое программирование: постановка задач, связь с вариационными задачами.
10. Постановка линейной задачи оптимального управления.
11. Задача Лагранжа: формулировка, методы решения.
12. Игольчатые вариации: определение, условие Вейерштрасса.
13. Изопериметрическая задача и задача со старшими производными.
14. Принцип максимума Понтрягина для непрерывного управления.
15. План решения линейной задачи оптимального управления.
16. Управление объектом с двумя управляющими параметрами.
17. Оптимальное управление в задаче с подвижными концами.
18. Привести примеры функции, заданной на множестве вещественных чисел и обладающей следующими свойствами:
глобальный минимум функции достигается на счетном множестве точек;
функция имеет бесконечное число точек локального минимума, но глобальный минимум функции не достигается.
19. Привести примеры отрезков, на которых функции x^2 , $\ln x$, $-x^2$, $\cos x$ унимодальны.
20. На каких отрезках вещественной оси функция $x^4 + 8x^3 - 30x$ является выпуклой?
21. Привести пример унимодальной, но не выпуклой на отрезке функции.
22. Найти минимальную константу Лупшеца функции $x^3 + 6x^2 - 15x$ на отрезке: а) $[0; 1]$, б) $[0; 10]$.
23. Является ли условие $f'(x) = 0$ достаточным для того, чтобы число x было точкой минимума унимодальной, но не выпуклой дифференцируемой функции? Привести пример.
24. Выписать матрицу Гессе квадратичной функции $x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_1x_2 - x_2x_3 + 2x_2 + x_3$.
25. Найти градиент квадратичной функции $x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + x_2x_3 + x_1 - x_3$ в точке $x = (1, 2, 3)$.
26. Является ли выпуклой в E_n функция $\ln(e^{x^1} + e^{x^2} + e^{x^3})$?
27. Найти область выпуклости функции x_1^2/x_2 .
28. Изобразить двудольный граф сораспределения целочисленных ресурсов и соответствующую ему матрицу инцидентности.
29. Методом множителей Лагранжа решить задачу $x_2 - x_1^2 \rightarrow \min$, $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
30. Убедиться, что множество всех многочленов степени, не превышающей n , есть линейное пространство.
31. Записать неравенство Коши-Буняковского в пространстве $L_2^{(m)} [a, b]$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Линейные системы: учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2018. — 311 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-00799-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/414584>
2. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-00975-0. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/414628>
3. Арбузова, Е. Н. Методика преподавания управленческих дисциплин: учебное пособие для вузов / Е. Н. Арбузова, О. А. Яскина. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 224 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05937-3. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/515983>.
4. Теория управления: учебник для вузов / Н. И. Астахова [и др.]; под общей редакцией Н. И. Астаховой, Г. И. Москвитина. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 375 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-6671-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535897>.
5. Медведева, Т. А. Основы теории управления: учебник и практикум для вузов / Т. А. Медведева. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 178 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7025-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537304>.
6. Корягина, И. А. Современные проблемы теории управления: учебное пособие для вузов / И. А. Корягина, М. В. Хачатурян. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 188 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06934-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540969>.

Дополнительная

1. Дорогов, В. Г. Введение в методы и алгоритмы принятия решений: Учебное пособие / В. Г. Дорогов, Я. О. Теплова. - Москва: ИД ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. - 240 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-8199-0486-2. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/241287>
2. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Линейные системы: учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2018. — 311 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-00799-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/414584>
3. Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - Москва: ИНФРА-М, 2011. - 472 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-16-004467-5. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/221082>

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru

6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1 Планы практических занятий

Практическая работа №1. Представление в пространстве состояний. Некоторые математические сведения.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 1, стр. 48-50, №№ 1 – 12).

Контрольные вопросы:

Уравнение системы в нормальной форме. Преобразование уравнений линейных систем в нормальную форму. Общая формула решения системы линейных дифференциальных уравнений. Управляемость и стабилизируемость объекта управления. Наблюдаемость и восстанавливаемость. Канонические формы уравнения и модальное управление. Равномерная непрерывность и лемма Барбалата. Лемма Калмана-Якубовича. Векторное дифференцирование.

Практическая работа №2. Нелинейные системы. Метод фазовой плоскости.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 2, стр. 72-73, №№ 1 – 4).

Контрольные вопросы:

Нелинейные статические характеристики. Особенности нелинейных систем. Определение устойчивости. Орбитальная устойчивость. Автоколебания. Изображение процессов на фазовой плоскости. Фазовые портреты и типы особых точек. Метод фазовой плоскости анализа и синтеза систем.

Практическая работа №3. Метод гармонической линеаризации.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 3, стр. 111-112, №№ 1 – 8).

Контрольные вопросы:

Гармоническая линеаризация. Вычисление коэффициентов гармонической линеаризации при симметричных колебаниях. Исследование симметричных автоколебаний. Несимметричные колебания. Вынужденные колебания и вибрационная линеаризация.

Практическая работа №4. Метод функций Ляпунова.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 4, стр. 146-147, №№ 1 – 5).

Контрольные вопросы:

Знакопостоянные и знакоопределенные функции. Устойчивость неавтономных систем. Устойчивость автономных систем. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Исследование нелинейных систем по линейному приближению. Оценка времени регулирования. Методы построения функций Ляпунова.

Практическая работа №5. Абсолютная устойчивость.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 5, стр. 170-171, №№ 1 – 7).

Контрольные вопросы:

Система сравнения. Необходимое условие абсолютной устойчивости. Прямой метод Ляпунова исследования абсолютной устойчивости. Частотные методы исследования абсолютной устойчивости. Квадратичный критерий абсолютной устойчивости. Круговой критерий абсолютной устойчивости.

Практическая работа №6. Линеаризация обратной связью.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 6, стр. 199, №№ 1 – 5).

Контрольные вопросы:

Обычная линеаризация и ее недостатки. Линеаризация обратной связью. Некоторые сведения из дифференциальной геометрии. Линеаризация обратной связью по состоянию. Линеаризация обратной связью по выходу. Нуль-динамика и синтез алгоритмов управления.

Практическая работа №7. Системы большой размерности. Векторная функция Ляпунова.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 7, стр. 232-233, №№ 1 – 8).

Контрольные вопросы:

Дифференциальные неравенства. Экспоненциальная устойчивость. Теорема Красовского. Декомпозиция и децентрализация. Векторные функции Ляпунова.

Практическая работа №8. Методы синтеза систем управления.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 8, стр. 271-272, №№ 1 – 12).

Контрольные вопросы:

Метод обратной задачи динамики. Синтез систем с переменной структурой. Синтез систем, основанный на методе функций Ляпунова. Синтез систем методом линеаризации обратной связью. Синтез стабилизирующих законов управления методом декомпозиции.

Практическая работа №9. Методы теории оптимального управления.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 9, стр. 312-313, №№ 1 – 9).

Контрольные вопросы:

Общие положения и постановка задачи. Метод множителей Лагранжа (методы классического вариационного исчисления). Принцип максимума Понтрягина. Метод динамического программирования.

Практическая работа №10. Синтез оптимальных детерминированных систем управления.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 10, стр. 346-347, №№ 1 – 4).

Контрольные вопросы:

Наблюдатели. Метод фазовой плоскости синтеза оптимальной по быстродействию системы. Синтез оптимальной по интегральному квадратичному критерию нестационарной линейной системы управления. Синтез оптимальной по интегральному квадратичному критерию стационарной линейной системы управления. Синтез оптимального линейного регулятора выхода. Синтез оптимальной системы по критерию обобщенной работы. Метод прогонки решения задачи синтеза оптимальной линейной системы. Синтез оптимальных систем управления методом декомпозиции.

Практическая работа №11. Синтез оптимальных фильтров и стохастических оптимальных систем управления.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 11, стр. 390-391, №№ 1 – 5).

Контрольные вопросы:

Некоторые типы случайных процессов. Винеровская задача оптимальной фильтрации. Фильтры Калмана—Бьюси. Стохастические оптимальные системы.

Практическая работа №12. Адаптивные системы управления.

Форма проведения: решение задач.

Примерные задачи для решения:

Из книги *Ким, Д. П.* Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 441 с. (основная литература: Глава 12, стр. 432, №№ 1 – 5).

Контрольные вопросы:

Общие положения. Постановка задачи. Назначение адаптивных систем управления. Структура и типы адаптивных систем управления. Общая постановка задачи адаптивного управления. Общая характеристика методов синтеза адаптивных систем управления. Алгоритмы адаптивного управления с ЭМ. Алгоритм адаптивного управления линейным объектом 1-го порядка. Адаптивное управление по состоянию линейным объектом. Адаптивное управление по выходу линейным объектом с единичным относительным порядком. Адаптивное управление по состоянию нелинейным объектом. Адаптивное управление и робастность. Адаптивное управление с идентификатором. Идентификация и модель для получения оценки. Градиентный идентификатор. МНК-идентификатор. МНК-идентификатор с экспоненциальной потерей памяти. Выбор коэффициента потери памяти. Сравнительная характеристика различных методов получения оценки.

9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ***Требования к подготовке и содержанию письменных работ (реферата, доклада):***

1. Соответствие содержания теме и плану работы.
2. Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы.
3. Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения.
4. Работа с литературой, систематизация и структурирование материала.
5. Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу.
6. Наличие и четкость выводов, резюме.

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория управления» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: сформировать у будущих специалистов по прикладной математике базовые представления о теории оптимальных процессов под углом зрения её практических приложений в различных областях научных исследований и инженерной практики. Курс должен указать связующие звенья между строгими математическими исследованиями, с одной стороны, и практическими задачами - с другой, что поможет студентам овладеть прикладными методами изучаемой теории. Целью курса служит также обучение слушателей элементам математического моделирования с использованием современных понятий и методов теории управления объектами при переходе их из одного состояния в другое, а также приобретение студентами начальных навыков моделирования и анализа данных с применением математических пакетов программ.

Задачи: указать связующие звенья между строгими математическими исследованиями, с одной стороны, и практическими задачами - с другой, что поможет студентам овладеть прикладными методами изучаемой теории; видеть динамические картины откликов системы управлений, распознавать классификационные признаки управляемых систем.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике

ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем

ПК-1. Способен проводить систематизацию, алгоритмизацию конкретных информационных потоков по месту научных исследований, производственной деятельности.

ПК-2. Способен выделять, формулировать возникающие в результате самостоятельной научной деятельности или деятельности научных, производственных, административных учреждений задачи или подзадачи для решения текущих проблем

ПК-3. Способен осуществлять поиск, изучение и разработку новых теоретических или практических проблем, сведений, относящихся к решению текущих научных исследований, производственных задач; в информационных средах находить, создавать основные элементы будущих математических структур или конструктивных математических моделей.

По результатам обучения студент должен

Знать: определения и основные классы управляемых систем, основные модели управления, методы формализации задачи управления, основные положения теории управления; основные понятия и теоремы теории оптимальных процессов, принцип максимума Л.С. Понтрягина, основные положения теории управления; основные понятия и теоремы теории оптимальных процессов, принцип максимума Л.С. Понтрягина; принципы построения математических моделей систем, основы математического моделирования.

Уметь: соотносить систему с одним из известных классов, анализировать возможность применения методов управления; выделять основные параметры систем, контролируемые и неконтролируемые, строить модель управляющих воздействий, производить расчеты оптимальных управлений, определять основные характеристики процессов управления, производить расчеты оптимальных управлений, определять основные характеристики процессов управления; строить модели систем и процессов.

Владеть: навыками идентификации и моделирования систем, методами моделирования управления, навыками использования математических пакетов прикладных программ для моделирования оптимальных процессов и анализа экспериментальных данных, навыками использования математических пакетов прикладных программ для моделирования оптимальных процессов и анализа экспериментальных данных.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме зачёта с оценкой.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Актуализация основных и дополнительных источников литературы	19.12.2025	5